机密 ★ 考试结束前

2023 年 4 月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 A,B 为随机事件,$B\subset A$,且 $P(A)=0.3$,$P(B)=0.2$,则 $P(A-B)=$

A. 0.1　　B. 0.2

C. 0.3　　D. 0.5

2. 设随机事件 A 与 B 互不相容,且 $P(A)>P(B)>0$,则

A. $P(A)=1-P(B)$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A\cup B)=1$　　D. $P(\overline{AB})=1$

3. 将两封信随机地投入四个邮筒中,则未向前面两个邮筒投信的概率为

A. $\dfrac{2^2}{4^2}$　　B. $\dfrac{C_2^1}{C_4^2}$　　C. $\dfrac{2!}{P_4^2}$　　D. $\dfrac{2!}{4!}$

4. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$,令 $Y=-2X$,则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为

A. $2f_X(-2y)$　　B. $f_X(-\dfrac{y}{2})$

C. $-\dfrac{1}{2}f_X(-\dfrac{y}{2})$　　D. $\dfrac{1}{2}f_X(-\dfrac{y}{2})$

5. 设随机变量 $X\sim f(x)$,满足 $f(x)=f(-x)$,$F(x)$ 是 X 的分布函数,则对任意实数 a 有

A. $F(-a)=1-\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$　　B. $F(-a)=\dfrac{1}{2}-\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$

C. $F(-a)=F(a)$　　D. $F(-a)=2F(a)-1$

6. 已知一射手在两次独立射击中至少命中目标一次的概率为 0.96,则该射手每次射击的命中率为

A. 0.04　　B. 0.2　　C. 0.8　　D. 0.96

7. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 独立同分布,$E(X_i)=0,D(X_i)=1,i=1,2,\cdots,100$,则由中心极限定理得 $P\{\sum_{i=1}^{100}X_i\leqslant 10\}$ 近似于

A. 0　　B. $\Phi(1)$　　C. $\Phi(10)$　　D. $\Phi(100)$

8. 设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1,\sigma_2;\rho)$ 则下列结论中错误的是

A. $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$, $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$

B. X 与 Y 相互独立的充分必要条件是 $\rho=0$

C. $E(X+Y)=\mu_1+\mu_2$

D. $D(X+Y)=\sigma_1^2+\sigma_2^2$

9. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本,$\bar{x},s^2$ 分别为样本均值和样本方差,则 $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2}\sim$

A. $\chi^2(n-1)$　　B. $\chi^2(n)$　　C. $t(n-1)$　　D. $t(n)$

10. 在假设检验中,H_0 为原假设,则显著性水平 α 的意义是

A. $P\{$拒绝 $H_0\mid H_0$ 为真$\}$　　B. $P\{$接受 $H_0\mid H_0$ 为真$\}$

C. $P\{$接受 $H_0\mid H_0$ 不真$\}$　　D. $P\{$拒绝 $H_0\mid H_0$ 不真$\}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分。

11. 已知 $P(A)=0.7,P(B)=0.4,P(A-B)=0.5$,则 $P(A\mid B)=$______。

12. 利用正态分布的结论,有 $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}(x^2-4x+4)e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}dx=$______。

13. 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数,且每次命中率为 0.4,则 $E(X^2)=$______。

14. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松(*Poisson*)分布,且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$,则 $\lambda=$______。

15. 一袋中有 2 个黑球和若干个白球,现有放回地摸球 4 次,若至少摸到一个白球的概率是$\frac{80}{81}$,则袋中白球的个数是______。

16. 设随机变量 $\boldsymbol{X} \sim N(2,9)$,且 $P\{\boldsymbol{X} \geqslant a\} = P\{\boldsymbol{X} \leqslant a\}$,则 $a =$______。

17. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}1/3 & 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 2/9 & 3 \leqslant x \leqslant 6 \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$,若存在 k 使得 $P\{X \geqslant k\} = \frac{2}{3}$,则 k 的取值范围是______。

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立,X 在区间 $[0,3]$ 上服从均匀分布,Y 服从参数为 4 的指数分布,则 $D(X+Y)=$______。

19. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}k(6-x-y), & 0 \leqslant x \leqslant 2, 2 \leqslant y \leqslant 4, \\ 0 & \text{其他}\end{cases}$ 则 $k =$______。

20. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_6$ 是来自总体 $X \sim N(1,3^2)$ 的简单随机样本,则 $\sum_{i=1}^{6}\left(\frac{x_i-1}{3}\right)^2$ 服从______分布(给出参数)。

21. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自总体 $B(20,p)$ 的样本,则 p 的矩估计 $\hat{p}=$______。

22. $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是常数 θ 的两个______估计量,若 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$,则称 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效。

23. 设总体 X 的概率密度函数是

$$f(x;\alpha)=\begin{cases}\alpha x^{\alpha-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其中 $\alpha > 0$ 为未知参数。$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是一组样本值,则参数 α 的最大似然估计为______。

24. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,其中 σ^2 未知,$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为其样本. 若假设检验问题为 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$,则采用的检验统计量表达式应为______。

25. 设一元线性回归模型为 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1,2,\cdots,n$,则 $E(y_i)=$______。

三、计算题:本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分。

26. 某射击小组共有 20 名射手,其中一级射手 4 人,二级射手 8 人,三级射手 7 人,四级射手一人,一、二、三、四级射手能通过选拔进入决赛的概率分别是 0.9、0.7、0.5、0.2,求在小组内任选一名射手,该射手能通过选拔进入决赛的概率。

27. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	0.5	0.4	0.1

. 记 $Y = X^2$,求:(1)$D(X), D(Y)$;(2) ρ_{XY}。

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 某次抽样结果表明，考生的数学成绩（百分制）近似地服从正态分布 $N(75,\sigma^2)$，已知 85 分以上的考生数占考生总数的 5%，试求考生成绩在 65 分至 85 分之间的概率。

29. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

（1）求 (X,Y) 分别关于 X,Y 的边缘概率密度；

（2）试问 X 与 Y 是否相互独立，为什么？

（3）求 $P(X+Y\leqslant 1)$。

五、应用题：本大题 10 分。

30. 从某同类零件中抽取 9 件，测得其长度为（单位：mm）：

6.0　5.7　5.8　6.5　7.0　6.3　5.6　6.1　5.0

设零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$。求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。（已知：$t_{0.05}(9)=2.262$，$t_{0.05}(8)=2.306$，$U_{0.025}=1.960$）（10 分）