绝密 ★ 考试结束前

全国 2014 年 10 月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^{*}表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1．设 3 阶行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=2$，若元素$a_{ij}$的代数余子式为$A_{ij}\ (i,j=1,2,3)$，

则$A_{31}+A_{32}+A_{33}=$

A．-1 B．0

C．1 D．2

2．设A为 3 阶矩阵，将A的第 3 行乘以$-\frac{1}{2}$得到单位矩阵E，则$|A|=$

A．-2 B．$-\frac{1}{2}$

C．$\frac{1}{2}$ D．2

3．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的秩为2，则$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$中

A．必有一个零向量

B．任意两个向量都线性无关

C．存在一个向量可由其余向量线性表出

D．每个向量均可由其余向量线性表出

4．设3阶矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 3\\ 3 & -5 & 3\\ 6 & -6 & 4\end{pmatrix}$，则下列向量中是$A$的属于特征值$-2$的特征向量为

A．$\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$　　B．$\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$

C．$\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 2\end{pmatrix}$　　D．$\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$

5．二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2$的正惯性指数为

A．0　　B．1

C．2　　D．3

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．设$f(x)=\begin{vmatrix}2-x & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix}$，则方程$f(x)=0$的根是__________.

7．设矩阵$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$，则$A^*=$____________.

8．设A为3阶矩阵，$|A|=-\frac{1}{2}$，则行列式$\left|(2A)^{-1}\right|=$__________.

9．设矩阵$B=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$，若矩阵$A$满足$PA=B$，则$A=$__________.

10．设向量$\alpha_1=(-1,4)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,2)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(4,2)^{\mathrm{T}}$，则$\alpha_3$由$\alpha_1$，$\alpha_2$线性表出的表示式为__________.

11．设向量组$\alpha_1=(3,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(4,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(1,0,k)^{\mathrm{T}}$线性相关，则数$k=$__________.

12．3元齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2 & =0\\ \quad\; x_2-x_3 & =0\end{cases}$的基础解系中所含解向量的个数为________.

13．设3阶矩阵A满足$|3E+2A|=0$，则A必有一个特征值为__________.

14．设2阶实对称矩阵A的特征值分别为-1和1，则$A^2=$__________.

15．设二次型$f(x_1,x_2)=tx_1^2+x_2^2+2tx_1x_2$正定，则实数$t$的取值范围是__________.

三、计算题（本大题共7小题，每小题9分，共63分）

16．计算4阶行列式$D=\begin{vmatrix}3&1&0&0\\1&3&1&0\\0&1&3&1\\0&0&1&3\end{vmatrix}$的值.

17．已知矩阵$A=\begin{pmatrix}a^3&a^2&a&1\\a^2&a&1&0\\a&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$，求$A^{-1}$.

18．设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$，且矩阵$X$满足$AX+E=A^3+X$，求$X$.

19．设向量$\alpha_1=(1,1,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,2,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(k+1,1,k,k+1)^{\mathrm{T}}$，$\beta=(k^2+1,1,1,1)^{\mathrm{T}}$，试确定当$k$取何值时$\beta$能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出，并写出表示式.

20．求线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+\ x_3+\ x_4=\ 0 \\ \qquad x_2+2x_3+2x_4=1 \\ x_1+2x_2+3x_3+3x_4=1 \end{cases}$的通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$与对角矩阵$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$相似，求数$x$与可逆矩阵$\boldsymbol{P}$，使得$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{B}$.

22．用正交变换将二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_3$化为标准形，写出标准形和所作的正交变换.

四、证明题（本题7分）

23．设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性相关，且其中任意两个向量都线性无关．证明：存在全不为零的常数k_1,k_2,k_3使得$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+k_3\boldsymbol{\alpha}_3=\boldsymbol{0}$.