绝密 ★ 考试结束前

全国2015年4月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

说明: 在本卷中,$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的转置矩阵,$\boldsymbol{A}^{*}$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的伴随矩阵,$\boldsymbol{E}$是单位矩阵,$|\boldsymbol{A}|$表示方阵$\boldsymbol{A}$的行列式,$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的秩.

一、单项选择题(本大题共5小题,每小题2分,共10分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将"答题纸"的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设行列式 $D_1=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $D_2=\begin{vmatrix} a_1 & 2b_1-3a_1 \\ a_2 & 2b_2-3a_2 \end{vmatrix}$, 则 $D_2=$

A. $-D_1$　　B. D_1　　C. $2D_1$　　D. $3D_1$

2. 若 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & y \end{pmatrix}$, 且 $2\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$, 则

A. $x=1$, $y=2$　　B. $x=2$, $y=1$

C. $x=1$, $y=1$　　D. $x=2$, $y=2$

3. 已知$\boldsymbol{A}$是3阶可逆矩阵,则下列矩阵中与$\boldsymbol{A}$等价的是

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4．设3阶实对称矩阵$\boldsymbol{A}$的全部特征值为$1,-1,-1$，则齐次线性方程组$(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$的基础解系所含解向量的个数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．矩阵$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$有一个特征值为

A．-3　　B．-2　　C．1　　D．2

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．设$\boldsymbol{A}$为3阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=3$，则$|3\boldsymbol{A}^{-1}|=$__________.

7．设$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}^{*}=$__________.

8．已知$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，若矩阵$\boldsymbol{X}$满足$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$，则$\boldsymbol{X}=$__________.

9．若向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(k-1,4,2)^{\mathrm{T}}$线性相关，则数$k$=__________.

10．若齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+ax_3=0 \\ 2x_1-x_2+x_3=0 \\ 3x_1+x_2-x_3=0 \end{cases}$有非零解，则数$a$=__________.

11．设向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-2,2)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(2,0,-1)^{\mathrm{T}}$，则内积$(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2)$=__________.

12．向量空间$\mathbf{V}=\{\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,0)^{\mathrm{T}}\mid x_1,x_2\in\mathbf{R}\}$的维数为__________.

13．与向量$(1,0,1)^{\mathrm{T}}$和$(1,1,0)^{\mathrm{T}}$均正交的一个单位向量为__________.

14．矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$的两个特征值之积为__________.

15．若实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+a^2x_3^2+2x_1x_2$正定，则数$a$的取值范围是______.

三、计算题（本大题共7小题，每小题9分，共63分）

16．计算行列式$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$的值.

17．设2阶矩阵$\boldsymbol{A}$的行列式$|\boldsymbol{A}|=\frac{1}{2}$，求行列式$\left|(2\boldsymbol{A})^{-1}+2\boldsymbol{A}^*\right|$的值.

18．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$，矩阵$\boldsymbol{X}$满足$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{B}$，求$\boldsymbol{X}$.

19．求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,5,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(-1,3,-6)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(3,-1,10)^{\mathrm{T}}$的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．利用克拉默法则解线性方程组$\begin{cases} x_1+ax_2+a^2x_3=3a^2 \\ x_1+bx_2+b^2x_3=3b^2 \\ x_1+cx_2+c^2x_3=3c^2 \end{cases}$，其中$a,b,c$两两互不相同.

21．已知矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$与$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$相似，求数$a$，$b$的值.

22．用正交变换化二次型$f(x_1,x_2)=5x_1^2+5x_2^2+4x_1x_2$为标准形，并写出所作的正交变换.

四、证明题（本题7分）

23．设$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$均为n阶矩阵，且$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{B}^2=\boldsymbol{B}$，证明$\boldsymbol{A}$可逆.