

全国 2016 年 4 月高等教育自学考试 线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明: 在本卷中, A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵, E 是单位矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩.

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 多项式 $f(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 的常数项是

- A. -14 B. -7 C. 7 D. 14

2. 设 A 为 n 阶矩阵, 如果 $A = \frac{1}{2}E$, 则 $|A| =$

- A. $\frac{1}{2^n}$ B. $\frac{1}{2^{n-1}}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

3. 设 A 为 3 阶矩阵, 且 $|A| = a \neq 0$, 将 A 按列分块为 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 若矩阵

$B = (\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_2, \alpha_3)$, 则 $|B| =$

- A. 0 B. a C. $2a$ D. $3a$

4. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表出, 则必有

A. $s \leq t$

B. $s > t$

C. $\text{秩}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s) \leq \text{秩}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t)$ D. $\text{秩}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s) > \text{秩}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t)$

5. 与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 合同的矩阵是

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

6. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & -c & -b \\ c & 0 & -a \\ b & a & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} - 3a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & 2a_{22} - 3a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & 2a_{32} - 3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$, 则 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $AB^T = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $(A - E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^* = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 若向量 $\beta = (-1, 1, k)$ 可由向量 $\alpha_1 = (1, 0, -1)$, $\alpha_2 = (1, -2, -1)$ 线性表示, 则数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系中解向量的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设 A 为 3 阶矩阵, α_i 为 3 维非零列向量, 且满足 $A\alpha_i = i\alpha_i$ ($i=1,2,3$), 则 $r(A) =$ _____.

14. 设 $\lambda_0 = -2$ 是 n 阶矩阵 A 的一个特征值, 则 $A^2 + E$ 的一个特征值是_____.

15. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_3 + x_2x_3$ 的矩阵为_____.

三、计算题 (本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分)

16. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a_2 & 0 & 0 & c_2 \\ 0 & a_1 & c_1 & 0 \\ 0 & d_1 & b_1 & 0 \\ d_2 & 0 & 0 & b_2 \end{vmatrix}$.

17. 设矩阵 A, B, C 满足关系式 $AC = CB$, 其中 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求

矩阵 A 与 A^3 .

18. 设 A 为 3 阶矩阵, 将 A 的第 1 列与第 2 列互换得到矩阵 B , 再将 B 的第 2 列加到第 3 列得到单位矩阵 E , 求矩阵 A .

19. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 2, 4)^T$, $\alpha_2 = (0, 1, 1, 2)^T$, $\alpha_3 = (2, 1, 3, 6)^T$, $\alpha_4 = (1, 2, 3, 6)^T$ 的一个极大线性无关组, 并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$ 的通解.

(要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示)

21. 设 2 阶实对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵.

22. 若向量 $\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ 为矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量, 求数 k 的值.

四、证明题 (本题 7 分)

23. 设 A 为 3 阶可逆矩阵, 证明 $(2A)^* = 4A^*$.