绝密 ★ 考试结束前

全国2018年10月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$\mathrm{r}(A)$表示矩阵A的秩.

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 行列式$\begin{vmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$中元素4的代数余子式等于

A. －40　　B. －10　　C. 10　　D. 40

2. 下列矩阵中不是初等矩阵的为

A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性无关，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_4$线性相关，则下列结论中错误的是

A. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$线性无关　　B. $\boldsymbol{\alpha}_4$可由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$线性表出

C. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$线性相关　　D. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$线性无关

4. 设$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$是4元非齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的3个解向量，已知$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=3$，

$\boldsymbol{\alpha}_1=(1，2，3，4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3=(0，1，2，3)^{\mathrm{T}}$，$c$为任意常数，则方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的通解可表示为

A. $(1，2，3，4)^{\mathrm{T}}+c(1，1，1，1)^{\mathrm{T}}$　　B. $(1，2，3，4)^{\mathrm{T}}+c(0，1，2，3)^{\mathrm{T}}$

C. $(1，2，3，4)^{\mathrm{T}}+c(2，3，4，5)^{\mathrm{T}}$　　D. $(1，2，3，4)^{\mathrm{T}}+c(3，4，5，6)^{\mathrm{T}}$

5. 设分块矩阵$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$，其中$\boldsymbol{\alpha}_i\ (i=1,2,3)$是3维列向量，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&2&-1&0\\-1&1&0&2\\2&1&3&-1\end{pmatrix}$，

则$\boldsymbol{AB}$的第4列是

A. $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3$　　B. $2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$　　C. $-\boldsymbol{\alpha}_1+3\boldsymbol{\alpha}_3$　　D. $2\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

6. 行列式$\begin{vmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{vmatrix}=$____________.

7. 设$D=\begin{vmatrix}1&2&1\\0&4&3\\-1&-2&2\end{vmatrix}$，$D$中元素$a_{ij}$的代数余子式记为$A_{ij}$（$i,j=1,2,3$），则

$2A_{13}+4A_{23}-2A_{33}=$__________.

8. 矩阵$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}=$____________.

9. 矩阵$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{E})$经初等行变换化为$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B})$，则$\boldsymbol{B}=$__________.

10. 已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(-1,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(x,1,1)^{\mathrm{T}}$的秩等于2，则数

$x=$__________.

11．设 $\boldsymbol{A}$ 是 5×6 矩阵，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=3$，则齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系中包含解向量的个数为__________.

12．已知线性方程组 $\begin{pmatrix}1&2&1\\0&2&2\\0&0&a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$ 无解，则数 $a=$__________.

13．矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$ 的非零特征值 $\lambda=$__________.

14．设 $\boldsymbol{\alpha}=(1,1,-2)^{\mathrm{T}}$ 是 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 属于特征值 $\lambda=2$ 的特征向量，则 $\boldsymbol{A\alpha}=$__________.

15．若实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2+2\lambda x_1x_2$ 正定，则数 λ 的取值范围为______.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．计算行列式 $\begin{vmatrix}a^2&ab&b^2\\2a&a+b&2b\\1&1&1\end{vmatrix}$ 的值.

17．设矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{X}$ 满足等式 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{X}$.

18．设向量 $\boldsymbol{\alpha}=(1,-1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\beta}=(1,3,2)^{\mathrm{T}}$，且 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha\beta}^{\mathrm{T}}$，求 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{A}^{10}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}-2\\4\\3\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_4=\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ 的一个极大线性无关组，并将其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．当数 a 为何值时，线性方程组 $\begin{cases}x_1-2x_2+x_3=1\\-2x_1+x_2+x_3=1\\x_1+x_2+ax_3=-2\end{cases}$ 有无穷多解？并求出其通解.

（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）

21．若矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&1&x\\4&0&5\end{pmatrix}$可相似对角化，求数$x$.

22．求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$，将二次型$f(x_1,x_2)=3x_1^2+3x_2^2+4x_1x_2$化为标准形，并写出相应的标准形.

四、证明题：本题 7 分。

23．若矩阵$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$可逆，证明线性方程组$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{12}x_3=a_{13}\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{22}x_3=a_{23}\\a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{32}x_3=a_{33}\end{cases}$无解.