

## 浙江省 2020 年 8 月高等教育自学考试

## 线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

说明:在本卷中, $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置矩阵, $A^*$  表示矩阵  $A$  的伴随矩阵, $E$  表示单位矩阵, $|A|$  表示方阵  $A$  的行列式, $r(A)$  表示矩阵  $A$  的秩。

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

## 一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 2 分,共 12 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -4 \\ 9 & 7 & 5 \end{vmatrix}$  的值是

- A. -1                                      B. 3                                      C. 0                                      D. 1

2. 设  $A, B$  为 3 阶矩阵,且  $r(A)=2, r(B)=3$ ,则  $r(AB)=$

- A. 6                                      B. 5                                      C. 3                                      D. 2

3. 设向量组  $\alpha=(1,0,1), \beta=(1,-1,0), \gamma=(1,0,-a)$  线性相关,则  $a=$

- A. 0                                      B. -1                                      C. 1                                      D. -2

4. 设  $A$  为 4 阶矩阵,且  $r(A)=1$ ,则齐次线性方程组  $Ax=0$  的解空间的维数是

- A. 3                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 0

5. 下列向量中,与向量  $\alpha=(1,-1,0)$  正交的单位向量是

- A.  $(1,0,0)$                               B.  $(0,1,0)$                               C.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$                               D.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$

6. 实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 - 4x_3^2$  的正惯性指数是

- A. 3                                      B. 0                                      C. 1                                      D. 2

## 非选择题部分

### 注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

### 二、填空题(本大题共 9 小题,每空 2 分,共 18 分)

7. 若  $\begin{vmatrix} 1 & a \\ a & 4 \end{vmatrix} = 0$ ,  $a =$  \_\_\_\_\_.

8. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 4 & 3 & x \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$  中,元素  $x$  的代数余子式 = \_\_\_\_\_.

9. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ , 则  $AB =$  \_\_\_\_\_.

10. 设  $A$  为 2 阶矩阵,且  $|A| = -3$ , 则  $|A^*| =$  \_\_\_\_\_.

11. 若有向量  $\alpha = (1, 2, -2)$ ,  $\beta = (2, 0, -1)$ , 则  $2\alpha - 3\beta =$  \_\_\_\_\_.

12. 设  $\alpha = (x, 1, -2)$ ,  $\beta = (y, -2, 4)$ , 若  $\alpha, \beta$  线性相关, 则  $x, y$  满足条件 \_\_\_\_\_.

13. 齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$  的解空间的维数为 \_\_\_\_\_.

14. 设 3 阶矩阵  $A$  的秩为 2, 其特征值分别是  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , 则特征值的积  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 =$  \_\_\_\_\_.

15. 二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1x_3 - 4x_3^2$  的矩阵  $A =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题(本大题共 7 小题,每小题 9 分,共 63 分)

16. 计算行列式  $d = \begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ 1 & 0 & a \\ -1 & a & 2 \end{vmatrix}$  的值.

17. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -2 & 5 & 3 \\ 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , 计算行列式  $|A - 2B|$ .

18. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  可逆, 求  $a$  的取值范围并计算逆矩阵  $A^{-1}$ .

19. 设向量组  $\alpha = (-1, 0, 2, x)$ ,  $\beta = (2, x, -4, 3)$ ,  $\gamma = (x, -1, 2, 0)$  线性相关, 求  $x$  的值以及向量组的一个极大线性无关组.

20. 设  $\alpha = (2, 1, -1)$ ,  $\beta = (1, 0, -2)$ ,  $\gamma = (0, -1, 3)$ , 试将向量  $(-1, 3, -1)$  用  $\alpha, \beta, \gamma$  线性表出.

21. 求解线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 4. \end{cases}$$

22. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 \\ -16 & -7 & -2 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

#### 四、证明题(本大题 7 分)

23. 设  $A$  为 4 阶矩阵, 若  $A^2 = 2E + 3A$ , 证明  $A - 3E$  是可逆矩阵并求它的逆矩阵.