绝密 ★ 考试结束前

2022年10月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

说明：在本卷中，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的转置矩阵，$\boldsymbol{A}^{*}$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的伴随矩阵，$\boldsymbol{E}$是单位矩阵，$|\boldsymbol{A}|$表示方阵$\boldsymbol{A}$的行列式，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的秩.

选择题部分

注意事项：

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 已知3阶行列式D第1行的元素依次为$1, 2, -1$，它们的余子式依次为$2, -2, 1$，则$D=$

A. -5　　B. -3

C. 3　　D. 5

2. 设$\boldsymbol{A}$为3阶矩阵，$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，则用$\boldsymbol{P}$右乘$\boldsymbol{A}$，相当于将$\boldsymbol{A}$

A. 第1行的3倍加到第2行　　B. 第2行的3倍加到第1行

C. 第1列的3倍加到第2列　　D. 第2列的3倍加到第1列

3. 向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,0)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\alpha}_2=(3,0,-9)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\alpha}_3=(1,2,3)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\alpha}_4=(1,-1,-6)^{\mathrm{T}}$的秩是

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

4．设线性方程组$\begin{cases} kx_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+kx_2+x_3=k \\ x_1+x_2+kx_3=k^2 \end{cases}$ 无解，则数$k=$

A．-2　　　　B．-1

C．0　　　　D．1

5．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，则二次型$f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$的规范形为

A．$z_1^2-z_2^2-z_3^2$　　　　B．$z_1^2+z_2^2-z_3^2$

C．$z_1^2+z_2^2$　　　　D．$z_1^2-z_2^2$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．设$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix} a_{31}-a_{11} & a_{32}-a_{12} & a_{33}-a_{13} \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}=$________.

7．行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 7 \end{vmatrix}=$________.

8．设$\boldsymbol{A}$为 3 阶可逆矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=2$，则$|-\boldsymbol{A}^*|=$________.

9．若矩阵$\boldsymbol{A}$中有一个 2 阶子式不为零，且所有 3 阶子式均为零，则$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=$________.

10．已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,k,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(3,6,-9)^{\mathrm{T}}$线性相关，则数$k=$________.

11．已知$\mathbf{R}^2$中的两组基：$\boldsymbol{\alpha}_1=(0,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0)^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{\beta}_1=(3,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}_2=(4,2)^{\mathrm{T}}$，若矩阵$\boldsymbol{P}$满足

$(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2)=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2)\boldsymbol{P}$，则$\boldsymbol{P}=$

________.

12．设齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+kx_2+x_3=0 \\ 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解，则数$k$应满足的条件是________.

13．设$\boldsymbol{A}$为n阶可逆矩阵，且满足$|2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}|=0$，则$\boldsymbol{A}^{-1}$必有一个特征值为________.

14．设3阶矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值为$1,-1,2$，则$|\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{E}|=$________.

15．若二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+(a-2)x_3^2+4x_1x_2$正定, 则数$a$应满足的条件是_________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．已知行列式$D=\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 9 & 6 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$，$A_{ij}$为元素$a_{ij}$的代数余子式，求$A_{31}-2A_{32}+A_{33}$.

17．设$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$，求$\boldsymbol{A}^2$.

18．已知$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.（1）求$\boldsymbol{A}^{-1}$；（2）解矩阵方程$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$.

19. 求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,\ 1,\ 2,\ -1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(0,0,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(1,2,4,-3)^{\mathrm{T}}$的秩和一个极大无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表示.

20．设非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=a \\ x_2-x_3=b \\ x_1+x_3=c \end{cases}$（其中$a,b,c$不全为零的常数），当$a,b,c$满足什么条件时，方程组有无穷多解？并求其通解（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -5 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，判定$\boldsymbol{A}$是否可以相似对角化？并说明理由.

22．求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Py}$, 将二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_2x_3$化为标准形.

四、证明题：本题 7 分。

23．设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$线性无关, 证明：向量组$\boldsymbol{\alpha}_1+c_1\boldsymbol{\alpha}_4$，$\boldsymbol{\alpha}_2+c_2\boldsymbol{\alpha}_4$，$\boldsymbol{\alpha}_3+c_3\boldsymbol{\alpha}_4$线性无关（其中$c_1,c_2,c_3$是任意常数）.