

2023 年 10 月高等教育自学考试
高等数学(工本)试题
课程代码:00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点(1,1,0)在
A. Oxy 平面上 B. Oxz 平面上 C. Oyz 平面上 D. z 轴上
2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 3}} x \sin \frac{1}{xy}$
A. 等于 0 B. 等于 1 C. 等于 3 D. 不存在
3. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 是
A. 可分离变量的微分方程 B. 齐次方程
C. 一阶线性齐次微分方程 D. 一阶线性非齐次微分方程
4. 下列无穷级数中,收敛的无穷级数是
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-2}{3n+1}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{2^{n+1}}$ D. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

5. 设积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 4$, 则二重积分 $\iint_D (2 - x - y) dx dy =$

- A. 0 B. 4π C. 8π D. 16π

6. 设向量 $\alpha = \{2, 1, -9\}$, $\beta = \{1, 0, 1\}$, 则 $\alpha \cdot \beta =$

- A. -9 B. -7 C. 1 D. 2

7. 设函数 $f(x, y) = \frac{4xy}{x^2 - y^2}$, 则 $f(1, \frac{y}{x}) =$

- A. $\frac{4y}{x^2 - y^2}$ B. $\frac{4y}{y^2 - x^2}$ C. $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$ D. $\frac{4xy}{y^2 - x^2}$

8. 设积分区域 $\Omega: |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} 2 dx dy dz =$

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

9. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3}{n^2} \cos nx$,

则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $b_1 =$

- A. -3 B. 0 C. 3 D. $\frac{15}{4}$

10. 微分方程 $y'' + (x^2 + 1)y' + y = 2$ 的一个特解 $y^* =$

- A. 2 B. $2x$ C. $2 + x$ D. x^2

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、计算题: 本大题共 10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分。

11. 求平面 $\Pi: 2x + y - z = 3$ 和直线 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ 的交点坐标。

12. 已知常数 $k > 0$, 且原点到平面 $x + ky - 2z = 9$ 的距离为 3, 求常数 k 的值。

13. 设函数 $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求全微分 du 。

14. 设方程 $e^{-xy} - 3z + e^z = 0$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。

15. 设函数 $f(x, y) = e^x \cos y$, 求梯度 $\text{grad}f(0, \frac{\pi}{4})$.

16. 计算二重积分 $\iint_D (2x - y) dx dy$, 其中积分区域 D 是由 $x + y = 2, y = x$ 及 x 轴所围区域.

17. 计算对弧长的曲线积分 $\oint_L (x^2 + y^2) ds$, 其中 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 4$.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_L e^{x+y} dy$, 其中 L 是从点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的直线段.

19. 将函数 $f(x) = \ln(1 + x)$ 展开为 x 的幂级数.

20. 求微分方程 $y'' + 5y' + 6y = 0$ 的通解.

三、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分。

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{3n+1})^n$ 的敛散性.

22. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} x dx dy$, 其中 Σ 是平面 $x + y + z = 3$ 被三个坐标面所截得部分, 取上侧.